Resoluções

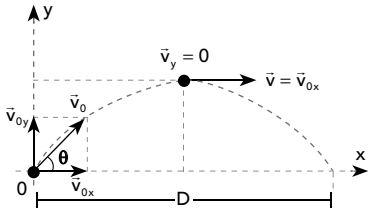
Capítulo 5

Lançamento oblíquo e lançamento horizontal

ATIVIDADES PARA SALA

01 a) **Dados:** $\sqrt{2} \cong 1{,}408$; $g = 10\ m/s^2$; $\theta = 22{,}5°$; $D = 7{,}04\ m$.

Caso o estudante não se lembre da expressão do alcance horizontal (D) para o lançamento oblíquo, ela pode ser deduzida.



Da figura, $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ e $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$.

Calcula-se o tempo de subida (t_s), lembrando que, no ponto mais alto, a componente vertical da velocidade é nula ($v_y = 0$).

Da função horária da velocidade: $v_y = v_{0y} - g \cdot t$, tem-se:

$$0 = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Como o tempo de descida (t_d) é igual ao de subida, o tempo total (t_T) é a soma dos tempos.

Assim, $t_T = 2t_s \Rightarrow t_T = 2 \cdot \dfrac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$.

A componente horizontal da velocidade se mantém constante ($v_x = v_{0x}$). Assim, no eixo **x**, o movimento é uniforme:

$\Delta x = v_{0x}\, t_T$

Quando $\Delta x = D$, o tempo é o tempo total.

Então:

$$D = v_{0x} t_T \Rightarrow D = v_0 \cos\theta \left(2\frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right) \Rightarrow D = \frac{v_0^2}{g} 2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta.$$

Essa expressão permite concluir que, para ângulos complementares, o alcance horizontal é o mesmo, pois eles têm senos e cossenos trocados.

Continuando a dedução, lembre que $2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta = \operatorname{sen}(2\theta)$.

Finalmente:

$$D = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta)$$

Colocando os valores dados, tem-se:

$$7{,}04 = \frac{v_0^2}{10} \operatorname{sen}(2 \cdot 22{,}5) \Rightarrow v_0^2 = \frac{7{,}04 \cdot 10}{\operatorname{sen} 45°} = \frac{70{,}4}{\frac{1{,}408}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{70{,}4}{0{,}704} = 100 = v_0 = \sqrt{100} \Rightarrow v_0 = 10\ m/s$$

b) A nova aceleração da gravidade (g') é 1% menor, ou seja, 99% de **g**. Assim: $g' = 0{,}99$ e $g = 0{,}99(10) = 9{,}9\ m/s^2$.

Aplicando novamente a expressão deduzida, o novo alcance horizontal (D') será:

$$D' = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}(2\theta) \Rightarrow D' = \frac{10^2}{9{,}9}(0{,}704) = \frac{70{,}4}{9{,}9} \Rightarrow D' = 7{,}11\ m$$

02 **Dados:** $g = 10\ m/s^2$; $\sqrt{2} = 1{,}4$; $\theta = 45°$; $v_0 = 20\ m/s$.

I. Considere desprezível a resistência do ar e que, ao parar a bola, o pé do artilheiro estava bem próximo ao chão. Assim, considera-se o ponto de lançamento e o ponto de chegada pertencentes a um mesmo plano horizontal. Então, o tempo de subida (t_s) é igual ao de descida (t_d).

Sendo, no ponto mais alto, a componente vertical da velocidade (v_y) nula, calculam-se esses tempos:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_s = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} = \frac{20 \operatorname{sen} 45°}{10} = \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2}}{10} \Rightarrow t_s = \sqrt{2}\ s$$

O tempo total é:

$$t_T = 2t_s \Rightarrow t_T = 2\sqrt{2}\ s$$

II. Na horizontal, o movimento é uniforme. A velocidade v_x é:

$$v_x = v_0 \cos\theta = v_0 \cos 45° = 20\frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}\ m/s$$

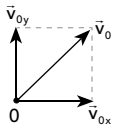
O alcance horizontal é:

$$D = v_x t_T = (10\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2}) \Rightarrow D = 40\ m$$

03 **D**

No ponto de altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula, restando apenas a componente horizontal; portanto, $v_{0_x} = 10$ m/s, que é constante. Como $\theta = 45°$, $v_{0_x} = v_{0_y} = 10$ m/s, logo:

$v_0^2 = v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2 \Rightarrow v_0^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow v_0 = 10\sqrt{2}$ m/s



04 a) A velocidade mínima ocorre quando o projétil atinge a altura máxima, pois, nesse momento, $v_y = 0$, restando apenas v_x, que é dada por:

$v_x = v_0 \cdot \cos 53° \Rightarrow v_x = 50 \cdot 0{,}60 \Rightarrow v_x = 30$ m/s

b) Na horizontal, tem-se:

$x = x_0 + v_{0_x} \cdot t \Rightarrow x = x_0 + v_0 \cdot \cos 53° \cdot t$

$x = 0 + 50 \cdot 0{,}60 \cdot 5 \Rightarrow x = 150$ m

Na vertical, tem-se:

$y = y_0 + v_{0_y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$y = y_0 + v_0 \cdot \text{sen } 53° \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$y = 0 + 50 \cdot 0{,}80 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2 \Rightarrow y = 75$ m

Portanto, em relação ao ponto de lançamento, o projétil se encontra no ponto (150; 75) após 5 min da partida.

05 a) Considerando o movimento na vertical, tem-se:

$y = y_0 + v_{0_y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow$

$1{,}25 = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}5$ s

b) Considerando o movimento na horizontal, tem-se:

$x = x_0 + v_{0_x} \cdot t \Rightarrow 4 = 0 + v_{0_x} \cdot 0{,}5 \Rightarrow v_{0_x} = 8$ m/s

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **C**

As componentes horizontais das velocidades das pedras são constantes, o que caracteriza um movimento retilíneo uniforme.

02 **B**

Na horizontal, o movimento é uniforme; logo:

$x = x_0 + v_x \cdot t \Rightarrow x = 40 \cdot t$

Para x = 240 m, encontra-se o tempo de voo:

$x = 40t \Rightarrow 240 = 40 \cdot t \Rightarrow t = 6$ s

I. Caso o vento esteja a favor do movimento da bola:

$x' = v_r \cdot \Delta t \Rightarrow x' = (40 + 5) \cdot 6$

$x' = 45 \cdot 6 \Rightarrow x' = 270$ m

$D = x' - x \Rightarrow D = 270 - 240 \Rightarrow D = 30$ m (após o ponto B)

II. Caso o vento sopre em sentido oposto ao movimento da bola:

$x'' = v_r \cdot \Delta t \Rightarrow x'' = (40 - 5) \cdot 6$

$x'' = 35 \cdot 6 \Rightarrow x'' = 210$ m

$D = x - x'' \Rightarrow D = 240$ m $- 210$ m

$D = 30$ m (antes do ponto B)

03 **D**

I. (V) A altura máxima é dada por $h_{máx.} = \frac{v_{0_y}^2}{2g}$. Como v_{0_y} é igual na Terra e na Lua, a única grandeza a ser observada é a gravidade. Como a gravidade na Lua é menor, a altura atingida será maior.

II. (V) No ponto mais alto, existe apenas a componente horizontal da velocidade, que é constante durante todo o movimento.

III. (V) O alcance é dado por $a = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen } 2\theta}{g}$. Como v_0 e θ são iguais nas duas situações, a única grandeza a ser observada é a gravidade. Como a gravidade é menor na Lua, o alcance será maior.

IV. (V) Desprezando a resistência do ar para uma mesma altura, tem-se uma mesma velocidade.

04 **B**

Calculando a componente vertical inicial da velocidade, tem-se:

$v_{0_y} = v_0 \cdot \text{sen } 30° \Rightarrow v_{0_y} = 200 \cdot 0{,}5 \Rightarrow v_{0_y} = 100$ m/s

A equação horária de **y** é:

$y = y_0 + v_{0_y} \cdot t - \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow y = 0 + 100 \cdot t - 5t^2$

Para y = 480 m:

$480 = 100t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 100t + 480 = 0 \begin{cases} t' = 8 \text{ s} \\ t'' = 12 \text{ s} \end{cases}$

Portanto, a diferença de tempo é dada por 12 s – 8 s = 4 s.

05 **D**

O tempo de queda do corpo A é igual ao tempo de queda do corpo B; portanto, $t_A = t_B$, pois o movimento vertical de ambos é uniformemente variado. Imediatamente antes de tocar o chão, a velocidade do corpo A é maior que a velocidade do corpo B, $v_A > v_B$, pois, além da velocidade vertical de A, que é igual à de B, o corpo A possui velocidade na horizontal.

06 **E**

No ponto de altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula, restando apenas a componente horizontal; portanto, $v_{0_x} = v_0 \cdot \cos \theta$, e a aceleração da gravidade é **g**.

Para uma mesma altura, tem-se uma mesma velocidade, lembrando que a aceleração é constante no ponto Q: v_0 e **g**.

07 **C**

$h_{máx.} = \frac{v_{0_y}^2}{2 \cdot g}$; como $h_{máx.}$ é igual nas três situações, então v_{0_y} também é.

$t_s = \frac{v_{0_y}}{g}$; como v_{0_y} é igual nas três situações, então os tempos de subida e os tempos totais também são. Quanto maior for o deslocamento horizontal no mesmo intervalo de tempo, maior será a intensidade da componente horizontal da velocidade.

08 **B**

I. (F) De acordo com o Princípio de Galileu, esses movimentos são independentes.
II. (V)
III. (V)
IV. (V) O alcance é dado por $a = \frac{v_{0^2} \cdot \text{sen}\, 2\theta}{g}$.
V. (F) A componente vertical é nula, mas a componente horizontal é constante; logo, a resultante é $v = v_x$.

09 **B**

O módulo da velocidade resultante não muda em cada ponto da trajetória, de modo que $v_1 = v_2$.

Ambos os projéteis são submetidos ao mesmo tipo de aceleração (aceleração da gravidade). Logo, $a_1 = a_2$.

10 **V, F, V, V, F, F**

(V)
(F) O alcance será máximo para $v_0 = 45°$.
(V)
(V)
(F) Foi desprezada qualquer forma de atrito.
(F) O alcance seria menor.