Resoluções

Capítulo 2

Unidades de medida de arcos e ângulos

ATIVIDADES PARA SALA

01 a) π ——— $180°$

$\frac{3\pi}{5}$ ——— x

$$x = \frac{\frac{3\cancel{\pi}}{5} \cdot 180°}{\cancel{\pi}} = 108°$$

b) $x = \frac{\frac{7\cancel{\pi}}{8} \cdot 180°}{\cancel{\pi}} \Rightarrow x = \frac{1\,260°}{8} = x = 157°30'$

c) $x = \frac{\frac{20\cancel{\pi}}{3} \cdot 180°}{\cancel{\pi}} \Rightarrow x = 1\,200°$

02 a) π ——— $180°$

x ——— $200°$

$x = \frac{20\cancel{0}\pi}{18\cancel{0}} = \frac{10\pi}{9}$ rad

b) $x = \frac{51\cancel{0}\pi}{18\cancel{0}} = \frac{17\pi}{6}$ rad

c) $x = \frac{\cancel{135}\pi^{:45}}{\cancel{180}^{:45}} = \frac{3\pi}{4}$ rad

03 a) rad ——— graus

2π ——— $360°$

$0{,}105$ ——— x

$2\pi \cdot x = 360° \cdot 0{,}105$

$x = \frac{37{,}8°}{2\pi} \Rightarrow x \cong 6°$

b) Observe:

$15' = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 0{,}25°$

Assim: $2°15' = 2° + 15' = 2° + 0{,}25°$

Então $2°15' = 2{,}25°$

Calculando:

rad ——— graus

2π ——— $360°$

y ——— $2{,}25°$

$360y = 2\pi \cdot 2{,}25$

$180y = \pi \cdot 2{,}25$

$y = \frac{2{,}25\pi}{180} \Rightarrow y = \frac{\pi}{80}$ rad $\cong 0{,}039$ rad

c) A medida de um ângulo em radianos é dada pelo comprimento do arco correspondente no círculo trigonométrico (cujo raio é 1).

Observe:

rad ——— graus

2π ——— $360°$

1 ——— x

$\Rightarrow x = \frac{360}{2\pi}$

$x = 57°\,17'44''$

04 Organizando os dados em um sistema, tem-se:

$$\begin{cases} a - b = 15° \quad \text{I} \\ a + b = \frac{7\pi}{4}\text{rad} \quad \text{II} \end{cases}$$

Como a resposta pedida é em radianos, tem-se da equação I:

$^{12}\,\cancel{180°}$ ——— π

$^{1}\,\cancel{15°}$ ——— x

$12x = \pi$

$x = \frac{\pi}{12}$ rad

Assim, tem-se:

$$\begin{cases} a - \cancel{b} = \frac{\pi}{12} \\ a + \cancel{b} = \frac{7\pi}{4} \end{cases} \text{(Somando as equações do sistema)}$$

$2a = \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{4}$

$2a = \frac{\pi + 21\pi}{12}$

$2a = \frac{22\pi}{12} \Rightarrow a = \frac{22\pi}{24} = \frac{11\pi}{12}$ rad

$b = \frac{7\pi}{4} - a$

$b = \frac{7\pi}{4} - \frac{11\pi}{12}$

$b = \frac{21\pi - 11\pi}{12} = \frac{10\pi}{12} = \frac{5\pi}{6}$ rad

05 Ângulo central $\alpha = 30°$ ou $\frac{\pi}{6}$ rad. Aplica-se a relação $\ell = \alpha \cdot R$

$$\ell = \frac{\pi}{6} \cdot 50 \Rightarrow \ell = \frac{\pi \cdot 25}{3}$$

$$\ell = \frac{3{,}14 \cdot 25}{3} \Rightarrow \ell = 26{,}16 \text{ m}$$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 a) π ——— $180°$

$\frac{5\pi}{4}$ ——— x

$$x = \frac{180° \cdot \frac{5\cancel{\pi}}{4}}{\cancel{\pi}}$$

$$x = \frac{180° \cdot 5}{4} = 225°$$

b) $$x = \frac{180° \cdot \frac{7\cancel{\pi}}{6}}{\cancel{\pi}}$$

$$x = \frac{180° \cdot 7}{6}$$

$x = 210°$

c) $$x = \frac{180° \cdot \frac{11\cancel{\pi}}{6}}{\cancel{\pi}}$$

$$x = \frac{180° \cdot 11}{6}$$

$x = 330°$

02 a) $\frac{2}{5} \cdot 360° = 144°$

Logo: $180°$ ——— π

$144°$ ——— x

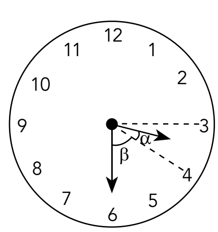
$$x = \frac{144\pi}{180} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad}$$

b) $\frac{7}{10} \cdot 360° = 252°$

$$x = \frac{252\pi}{180} = \frac{7\pi}{5} \text{ rad}$$

03 **C**

O relógio pode ser representado da maneira como mostra a figura ao lado. Para calcular o ângulo entre os ponteiros, considera-se os ângulos $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\alpha}$, este referente ao ângulo provocado pelo movimento do ponteiro das horas em relação ao algarismo 3.



Tem-se, então: ângulo entre os ponteiros = $\alpha + \beta$.

Note que, entre dois algarismos consecutivos, o ângulo é $30°$, pois $\frac{360°}{12} = 30°$. Assim, $\beta = 60°$ e $\alpha = 15°$ (metade de uma hora = metade do ângulo).

04 **B**

Convertido a radianos, o ângulo central é $\frac{\pi}{3}$ rad.

Assim, $\alpha = \frac{\ell}{r}$ e $\ell = \alpha \cdot r$.

Logo, $\ell = \frac{\pi}{3} \cdot 6 = 3{,}14 \cdot 2 = 6{,}28$.

05 **E**

I. π rad $\Rightarrow$ 648 000"

II. 28°30'10" $\Rightarrow$ (28 · 3 600) + (30 · 60) + 10"
100 800 + 1 800 + 10 = 102 610

III. π ——— 648 000

x ——— 102 610

$$x = \frac{102610 \cdot 3{,}14}{648000}$$

$x = 0{,}4972$ rad

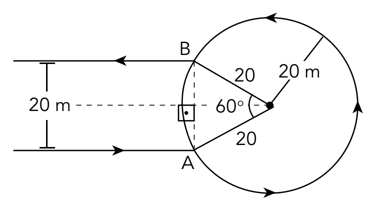
06 **C**

I. $N < \frac{2\pi}{0{,}8} \Rightarrow N < 2{,}5 \cdot 3{,}14 \Rightarrow N < 7{,}85$

II. Como N é um número de fatias, ele deve ser um número natural, sendo 7 o maior valor.

III. $2\pi - (0{,}8 \cdot 7)$
$6{,}28 - 5{,}6 = 0{,}68$

07 **C**



$$AB = \frac{(360 - 60)}{360} \text{ de } 2\pi r \Rightarrow \frac{\overset{5}{\cancel{300}}}{\underset{6}{\cancel{360}}} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 \Rightarrow AB = 100 \text{ m}$$

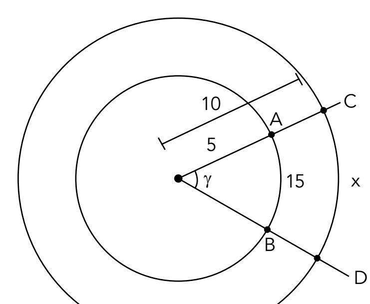
Como $V = \frac{20000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$, tem-se: $100 = \frac{20000}{3600} \cdot T$

$$T = \frac{360000}{20000} = 18 \text{ s}$$

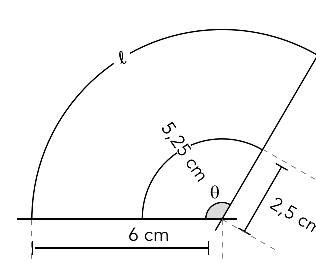
08

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \frac{15}{5} \\ \gamma &= \frac{x}{10} \end{aligned}\right\} \frac{x}{10} = \frac{15}{5}$$

$x = 30$ cm



09

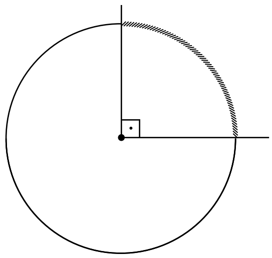


$$\left.\begin{aligned} \theta &= \frac{5{,}25}{2{,}5} \\ \theta &= \frac{\ell}{6} \end{aligned}\right\} \frac{\ell}{6} = 2{,}1 \Rightarrow \ell = 12{,}6 \text{ cm}$$

$$\theta = \frac{12{,}6}{6}$$

$\theta = 2{,}1$ rad

10



$90° = \frac{\pi}{2}$ rad

2π rad ——— $360°$

x rad ——— $90°$

$x = \frac{\pi}{2}$ rad

a) No sentido horário: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad

Distância = $0{,}50 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}50 \cdot \left(\frac{3{,}14}{2}\right) = 0{,}78$ m

b) $\left.\begin{array}{l} \gamma = \frac{4}{x} \\ \gamma = \frac{16}{20} \end{array}\right\} \frac{4}{x} = \frac{4}{5}$ $\quad x = \overline{OB} = 5$ cm