

Resoluções

Capítulo 9

Determinantes I – Definição e regras práticas



ATIVIDADES PARA SALA

- 01 a) $14 - 30 = -16$
b) $-48 + 2 + 35 + 30 + 7 + 16 = 42$

02
$$\begin{vmatrix} \textcircled{1} & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 4 + 1 - 0 - 0 = 5$$

03 E
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 12 \end{vmatrix} = -8$$

04 Do enunciado, tem-se:

$$\det A = \begin{vmatrix} x & z \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow 4x + z = 5$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 2x & y-x \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -1 \Rightarrow 2x + 5y - 5x = -1 \Rightarrow -3x + 5y = -1$$

$$\det C = \begin{vmatrix} x+z & y \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow x + z + 3y = 2$$

$$\begin{cases} 4x + z = 5 \\ -3x + 5y = -1 \\ x + 3y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Portanto, $x + y + z = 2 + 1 + (-3) = 0$.

05 B
$$\begin{aligned} \sin 40^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cdot \cos 40^\circ &= \sin (40^\circ - 10^\circ) = \\ &= \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



ATIVIDADES PROPOSTAS

- 01 a) $-10 - 24 = -34$
b) $-210 + 180 - 84 - 9 = -123$

c)
$$\begin{vmatrix} (-1-1) & (1-1) & (-1-1) \\ (-1+1) & (1+1) & (1+1) \\ (-1-1) & (-1-1) & (1-1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -8 - 8 = -16$$

d)
$$\begin{vmatrix} 4-2 \cdot 2 & 3-1 \cdot 2 & 1-2 \cdot (-1) \\ 5-(-1) \cdot 2 & 1-(-1) \cdot 1 & -1-(-1) \cdot (-1) \\ 8-2 \cdot 3 & 4-3 \cdot 1 & 0-3 \cdot (-1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 7 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 21 - 4 - 12 - 21 = -16$$

- 02 B Pela Regra de Chió, tem-se:

$$\begin{vmatrix} \textcircled{1} & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1$$

- 03 A Cálculo do conjunto verdade:
 $-1 + 2x + 1 - x^2 = 1$
 $-x^2 + 2x - 1 = 0$
Resolvendo-se a equação, tem-se:
 $x' = x'' = 1$
Logo, $S = \{1\}$.

04 B
$$p + q = 0 \Rightarrow q = -p \Rightarrow q^2 = (-p)^2 = p^2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & q & p \\ p & 2 & -3 \\ q & 3 & 3 \end{vmatrix} = 95 \Rightarrow$$

$$6 - 3q^2 + 3p^2 - 2pq - 3pq + 9 = 95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 - 3p^2 + 3p^2 - 5pq = 80 \Rightarrow pq = -16$$

05 Pela Regra de Chió, obtém-se:

$$\begin{vmatrix} (x-1) & 0 & 0 \\ 0 & (x+1) & 0 \\ 0 & 0 & (x-5) \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1)(x-5) = 0$$

$x = 1$
 $x = -1$
 $x = 5$
Soma das raízes = 5

06
$$1 + 9k^2 + 27k^3 - 27k^3 - 3k - 3k = 280$$

$$9k^2 - 6k - 279 = 0$$

$$3k^2 - 2k = 93$$

07 B

Para calcular a inversa da matriz A, tem-se:

$$A \cdot A^{-1} = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 4a+8c & 4b+8d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 4a+8c=0 \\ 2b+3d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2c \\ b=-\frac{3d}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+3c=1 \\ 4b+8d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4c+3c=1 \\ -6d+8d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-1 \\ d=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{3}{4} \end{cases}$$

Logo, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{3}{4} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Daí, $2A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ e, portanto,

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{11}{2} \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = -14 - \frac{55}{2} = -\frac{83}{2}.$$

08 E

Fazendo o produto de matrizes, tem-se:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 3a+5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 22 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ 3a=22-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=4 \end{cases}$$

Assim, $\det A = a^2 + b^2 = 4^2 + 2^2 = 20 = 5a$.

09

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 3 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{vmatrix} = 0 + \frac{1}{2} + \frac{9}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 5$$

10

$$4x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 + 48 = 64 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 8}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \text{ (não)} \end{cases}$$

$$R = \sin A \cdot \cos 11^\circ - \sin 11^\circ \cdot \cos A \Rightarrow$$

$$\sin (A - 11^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow A - 11^\circ = 30^\circ \Rightarrow A = 41^\circ$$