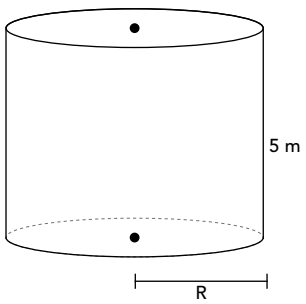
Módulo 10 Geometria Espacial III

Atividades para sala

01 **A**

Do enunciado, formula-se a figura a seguir.

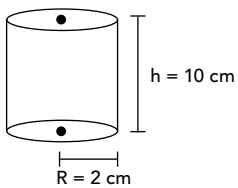


- Área da base: $\pi R^2 = 10\ m^2 \Rightarrow V_{cilindro} = 10 \cdot 5 = 50\ m^3$
- 3 h 30 min = 210 minutos
- Vazão = 200 L/min $\Rightarrow \underbrace{V_{despejado} = 210 \cdot 200}_{\text{Tempo = 210 min}} = 42\ m^3$

Logo, a porcentagem solicitada é $\frac{42}{50} = 84\%$.

02 **C**

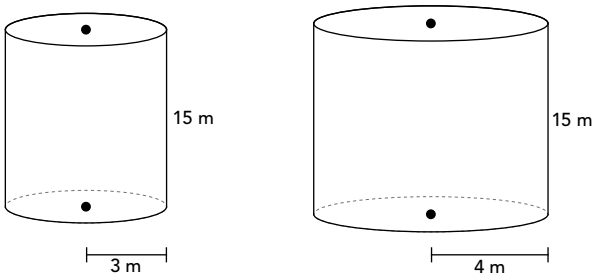
- 1 parte de açúcar para 5 partes de água.
- Em dias quentes, trocar água de duas a três vezes.



- Volume $= \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 3 \cdot 4 \cdot 10 = 120\ cm^3$
- Água $= 5 \cdot \frac{120}{6} = 100\ cm^3 = 100\ mL$

03 **E**

Observe, inicialmente, que



- $V_{inicial} = \pi \cdot 3^2 \cdot 15 = 135\pi\ cm^3$
- $V_{final} = \pi \cdot 4^2 \cdot 15 = 240\pi\ cm^3$

Com base nas relações de proporcionalidade direta ou inversa entre as grandezas, pode-se escrever:

$$\text{Constante} = \frac{(\text{volume escavado})}{(\text{nº de trabalhadores}) \cdot (\text{nº de dias})}$$

Para aumentar o espaço do buraco em $105\pi\ m^3$, com 4 trabalhadores a menos, tem-se:

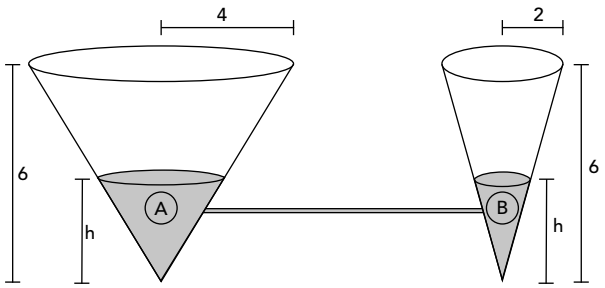
$$\text{Constante} = \frac{(135\pi)}{(18) \cdot (25)} = \frac{(105\pi)}{(14) \cdot (t)} \therefore t = 25 \text{ dias}$$

04 **B**

Inicialmente, tem-se:

- volume do cilindro $= \pi \cdot 1^2 \cdot 5 = 5\pi\ m^3$

Assim,



- h = altura da água nos dois cones;
- V_A = volume do cone A $\Rightarrow V_A = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 6}{3} = 32\pi\ m^3$;

- V_B = volume do cone B $\Rightarrow$ $V_B = \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 6}{3} = 8\pi$ m^3.

Com base nas semelhanças, obtém-se:

Cone A $\Rightarrow \left(\dfrac{h}{6}\right)^3 = \dfrac{A}{V_A} \Rightarrow A = V_A \cdot \left(\dfrac{h}{6}\right)^3$ (I)

Cone B $\Rightarrow \left(\dfrac{h}{6}\right)^3 = \dfrac{B}{V_B} \Rightarrow B = V_B \cdot \left(\dfrac{h}{6}\right)^3$ (II)

Somando as sentenças I e II, encontra-se:

$$\underbrace{A+B}_{\text{Cilindro}} = V_A \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^3 + V_B \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^3$$

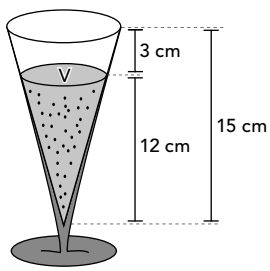
$$5\pi = (32\pi + 8\pi) \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{h}{6}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow h = 3 \text{ m}.$$

05 **B**

Considere:

- volume do copo = 300 mL = 300 cm^3;
- volume solicitado = V.

Observe a figura a seguir:



Com base nos dados, tem-se:

$$\frac{V}{300} = \left(\frac{12}{15}\right)^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^3$$

Assim,

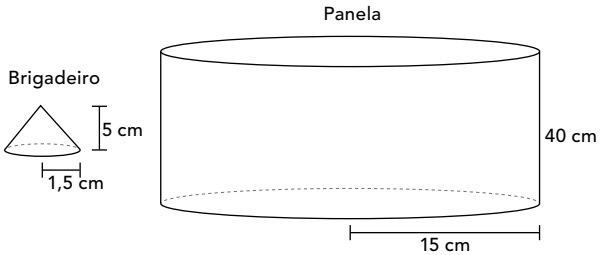
$$\frac{V}{300} = \frac{64}{125} \Rightarrow V = 153{,}6 \text{ cm}^3$$

Portanto:

V = 153,6 mL.

06 **C**

Do enunciado, é possível construir as seguintes figuras:



Então,

$V_{panela} = V_p = \pi \cdot (15)^2 \cdot 40 = 9000\pi$ cm^3

$V_{brigadeiro} = V_b = \dfrac{\pi \cdot (1{,}5)^2 \cdot 5}{3} = 3{,}75\pi$ cm^3

Comparando os volumes encontrados, segue o resultado:

$$\frac{V_p}{V_b} = \frac{9000\pi \text{ cm}^3}{3{,}75\pi \text{ cm}^3} = 2400 \Rightarrow V_p = 2400 \cdot V_b$$

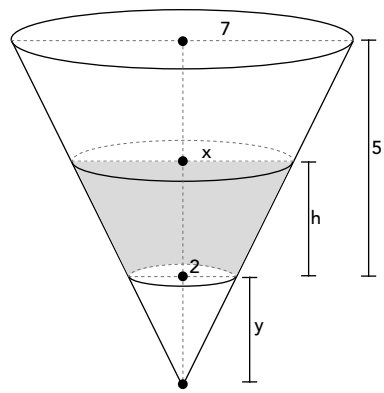
07 **D**

- $C_o^g \sim C_o^p \Rightarrow \dfrac{5+y}{y} = \dfrac{7}{2} \Rightarrow y = 2$
- $C_o^g \sim C_o^m \Rightarrow \dfrac{5+y}{h+y} = \dfrac{7}{x} \Rightarrow h + 2 = x$

Volume do tronco destacado:

$$\frac{h}{3}(\pi x^2 + \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot x \cdot 2) = \frac{28h\pi}{3} \Rightarrow$$

$x^2 + 4 + 2x = 28 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow h = 2$



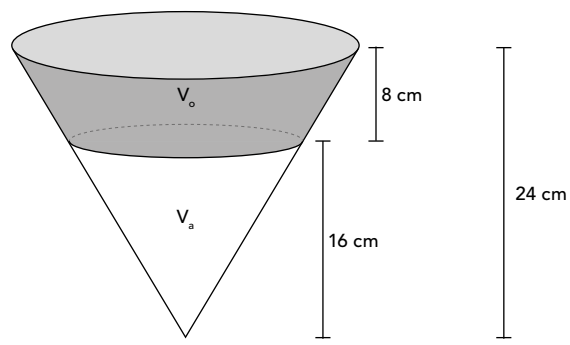
08 **E**

Considere:

$V_o \rightarrow$ Volume de óleo

$V_a \rightarrow$ Volume de água

Da semelhança entre cones, constrói-se a seguinte figura:



$$\frac{V_a}{V_o + V_a} = \left(\frac{16}{24}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_a}{54} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

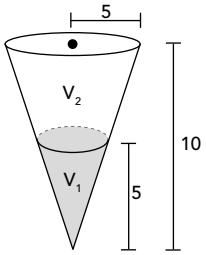
Então:

$V_a = 16\ cm^3$

$V_o = 38\ cm^3$

09 **C**

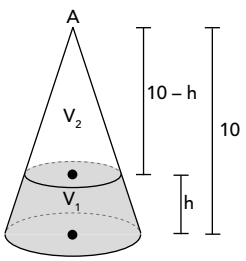
Figura 1



Semelhança:

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{5}{10}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow V_2 = 7V_1$$

Figura 2



Semelhança:

$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{10 - h}{10}\right)^3 = \frac{7}{8} \Rightarrow$$

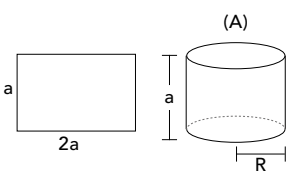
$$\frac{10 - h}{10} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} \Rightarrow h = 10 - 5\sqrt[3]{7}$$

Logo, h = 0,45 cm.

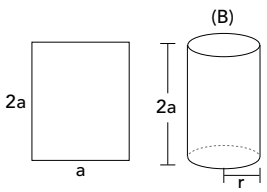
Atividades propostas

01 **D**

De acordo com o enunciado, tem-se:



$2\pi R = 2a \Rightarrow R = \frac{a}{\pi}$



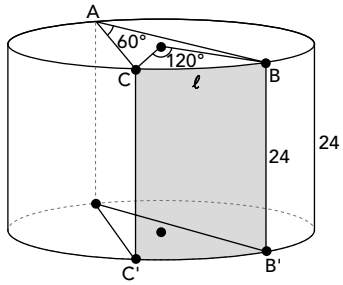
$2\pi r = a \Rightarrow r = \frac{a}{2\pi}$

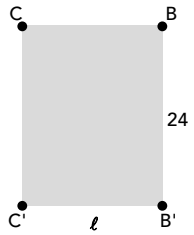
Volumes:

$$\begin{cases} V_A = \pi R^2 \cdot a \Rightarrow V_A = \pi\left(\frac{a}{\pi}\right)^2 \cdot a \Rightarrow V_A = \frac{a^3}{\pi} \\ V_B = \pi r^2 \cdot 2a \Rightarrow V_B = \pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \cdot 2a \Rightarrow V_B = \frac{a^3}{2\pi} \end{cases} \Rightarrow V_A = 2V_B$$

02 **E**

A região retangular à direita representa a planificação da superfície destacada na figura à esquerda.





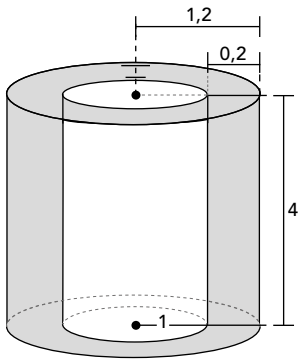
Veja que:

$$\ell = m(BC) = \left(\frac{120°}{360°}\right) \cdot 2\pi \cdot 10 = \frac{20\pi}{3}\ cm$$

Logo,

$$\text{Área (BB'C'C)} = \frac{20\pi}{3} \cdot 24 = 160\pi\ cm^2$$

03 **D**



- V = volume da camada de concreto, em metros cúbicos

  $V = \pi(1{,}2^2 - 1^2) \cdot 4 \Rightarrow 3{,}1 \cdot 0{,}44 \cdot 4 = 5{,}456$

- P = preço da manilha

  $P = 5{,}456 \cdot 10 = R\$\,54{,}56$

04 **C**

Veja que V_1 é o volume do cilindro de raio **r** e altura h_1. Então:

$V_1 = \pi r^2 \cdot h_1$

Note também que V_2 é o volume do espaço interior ao cilindro de raio R e altura h_2, e exterior ao cilindro de raio **r** e altura h_2. Então:

$V_2 = \pi R^2 \cdot h_2 - \pi r^2 \cdot h_2 = \pi(r\sqrt{2})^2 \cdot h_2 - \pi r^2 \cdot h_2$

$$V_2 = \pi r^2 \cdot h_2 = \frac{\pi r^2 \cdot h_1}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{3}$$

Por regra de três direta, tem-se:

30 minutos ——— V_1

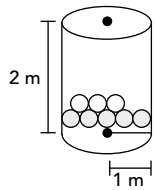
t minutos ——— $V_1 + V_2$

30 minutos ——— V_1

t minutos ——— $\frac{4V_1}{3}$

Logo: $t \cdot V_1 = 30 \cdot \frac{4}{3}V_1 \Rightarrow t = 40$ minutos.

05 **D**



I. Volume do cilindro:
$V_1 = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow V_1 = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 \Rightarrow V_1 = 2\pi\ m^3$

II. Volume de 1 bola:

$$2r = \frac{1}{4} \cdot 1 \Rightarrow r = \frac{1}{8} \Rightarrow V_2 = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{4\pi \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3}{3} = \frac{4\pi}{8^3 \cdot 3}\ m^3$$

III. Se 50% da capacidade da cesta está vazia, então, o volume ocupado pelas bolas equivale aos outros 50% do volume total. Assim:

$n \cdot \left(\frac{4\pi}{8^3 \cdot 3}\right) = \frac{50}{100} \cdot 2\pi$, em que **n** é o número de bolas.

Logo, n = 384 bolas.

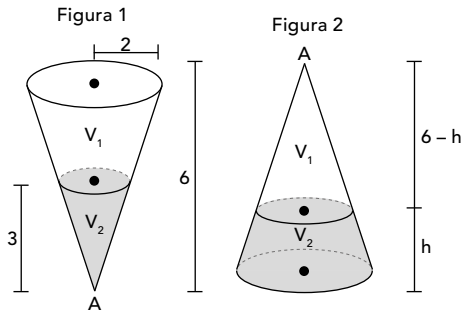
06 **A**

Tem-se que:

- Volume do copinho = $\pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi\ cm^3$
- Volume da leiteira = $\pi \cdot 4^2 \cdot 20 = 320\pi\ cm^3$
- $\frac{1}{2}$ (volume do copinho) = $8\pi\ cm^3$
- $20 \cdot \left(\frac{1}{2}\text{(volume de um copinho)}\right) = 20 \cdot 8\pi \Rightarrow$

$160\pi\ cm^3 = \frac{1}{2}$ (volume da leiteira)

07 **E**



Semelhança:

- $\frac{V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{3}{6}\right)^3 \Rightarrow V_1 = 7V_2$
- $\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{6-h}{6}\right)^3 \Rightarrow \frac{7}{8} = \left(\frac{6-h}{6}\right)^3 \Rightarrow \frac{6-h}{6} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2}$

Logo:

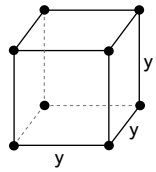
$h = 6 - 3\sqrt[3]{7}$

08 **E**

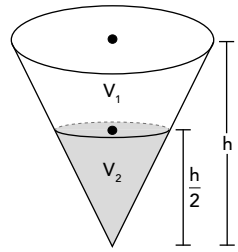
A superfície de revolução representada pela sombrinha trata-se da superfície lateral de um cone reto, já que as geratrizes são todas iguais.

09 **C**

Hexaedro regular = cubo



Semelhança:



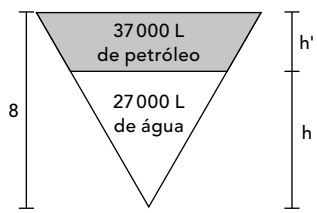
$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{\frac{h}{2}}{h}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 + V_2}{8} = 1000\ cm^3$$

Pela condição exposta no enunciado, tem-se:

$y^3 = 1000 \Rightarrow y = 10$ cm

10 **B**

Do enunciado, têm-se os elementos a seguir:



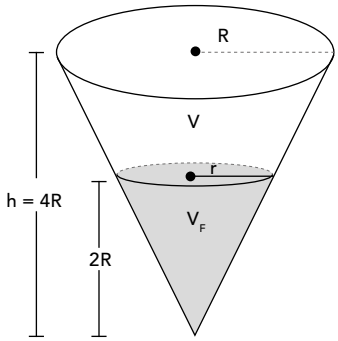
Semelhança entre os cones $\Rightarrow \frac{27000\ L}{64000\ L} = \left(\frac{h}{8}\right)^3$

Assim, $\frac{3}{4} = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 6$ m

Portanto:

h' = 2 m (altura solicitada)

11 **E**



- $\frac{r}{R} = \frac{2R}{4R} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$
- $\frac{V_P}{V_G} = \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{1}{8}$

12 **E**

O arco de 360° de circunferência de raio R = 20 tem comprimento dado pela expressão $C = 2 \cdot \pi \cdot R \Rightarrow C = 40\pi$. Como o raio da base do cone, segundo o enunciado, é r = 5, esse arco será de comprimento $C' = 2 \cdot \pi \cdot r = 10\pi$. Aplicando a regra de 3:

360° ——— 40π

x° ——— 10π

Simplificando:

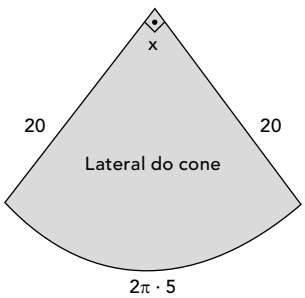
360° ——— 4

x ——— 1

$4x = 360$

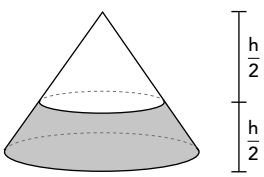
$x = \frac{360^0}{4}$

$x = 90°$

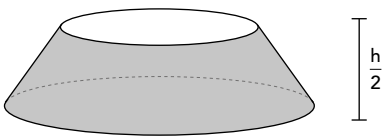


13 **E**

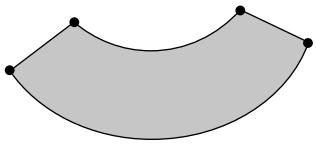
Do enunciado, o sinalizador tem a forma a seguir.



Observe que a parte revestida corresponde à lateral de um tronco de altura $\frac{h}{2}$.

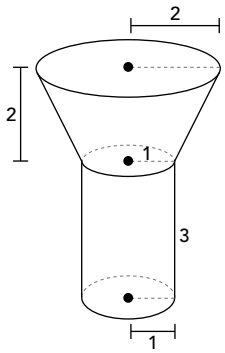


Planificando a lateral do tronco, obtém-se a forma do adesivo.



14 **A**

Inicialmente, veja a ilustração com as respectivas medidas.



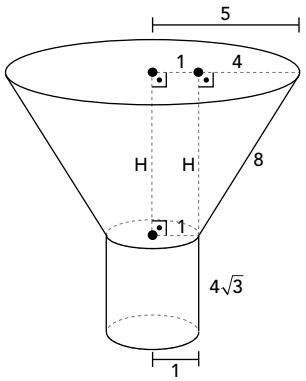
Considerando V_R como o volume do reservatório, o cálculo é o seguinte:

$$V_R = \underbrace{\pi \cdot 1^2 \cdot 3}_{\text{Cilindro}} + \underbrace{\frac{2\pi}{3} \cdot (2^2 + 1^2 + 2 \cdot 1)}_{\text{Tronco de cone}} = \frac{23\pi}{3}\ m^3$$

Convertendo 1 m^3 em 1 000 L:

$V_R = \frac{23000\pi}{3}\ L = 23766\ L$

15 **C**



I. Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$8^2 = 4^2 + H^2 \Rightarrow H = 4\sqrt{3}$

II. $V_{funil} = V_{tronco\ de\ cone} + V_{cilindro}$

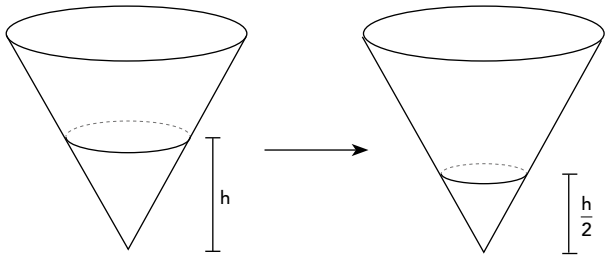
Logo:

$V_{funil} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(\pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 1^2 + \pi \cdot 5 \cdot 1) + \pi \cdot 1^2 \cdot 4\sqrt{3}$

$V_{funil} = \frac{136\pi\sqrt{3}}{3}\ cm^3 \Rightarrow V_{funil} = \frac{136 \cdot 5{,}4}{3} = 244{,}8\ cm^3$

16 **A**

A quantidade de areia (volume) que passa é constante.



$$\frac{V_{inicial}}{V_{restante}} = \left(\frac{h}{\frac{h}{2}}\right)^3$$

$$\frac{V_{inicial}}{V_{restante}} = 8$$

$$V_{inicial} = 8V_{restante}$$

O volume que passou é:

$$V_{passou} = V_{inicial} - V_{restante}$$

$$V_{passou} = 8V_{restante} - V_{restante}$$

$$V_{passou} = 7V_{restante}$$

$$V_{restante} = \frac{1}{7} V_{passou}$$

O volume que resta é $\frac{1}{7}$ do volume que passou, então o tempo para passar o restante é $\frac{1}{7}$ do tempo que já se passou.

Tempo restante = $\frac{1}{7} \cdot 35$ min = 5 min.

17 **B**

Pela figura, observa-se que a capacidade total de armazenamento é a capacidade do cilindro acrescentada da capacidade do cone. Assim, tem-se:

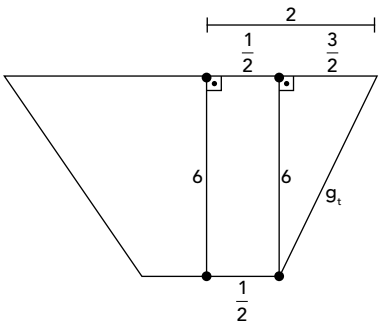
I. $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot H \Rightarrow V_1 = \pi \cdot (2)^2 \cdot 4 \Rightarrow V_1 = 16\pi \text{ m}^3$

II. $V_{cone} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot H}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{\pi \cdot (2)^2 \cdot \cancel{6}^{2}}{\cancel{3}} \Rightarrow V_2 = 8\pi \text{ m}^3$

III. $V_{total} = V_1 + V_2 \Rightarrow V_{total} = 16\pi + 8\pi = 24\pi \text{ m}^3$

18 **A**

A partir da seção meridiana do tronco, encontra-se:



Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$(g_t)^2 = 6^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow g_t = \frac{\sqrt{153}}{2}$$

Lembrete:

A área lateral de um tronco de cone é dada por:
$A_{lateral} = \pi \cdot (R + r) \cdot g_t$

Então:

$$A_{lateral} = \pi \cdot (R+r) \cdot g_t \Rightarrow A_{lateral} = \pi \cdot \left(2+\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{153}}{2}$$

Logo:

$A_{lateral} = 48{,}67 \text{ cm}^2$