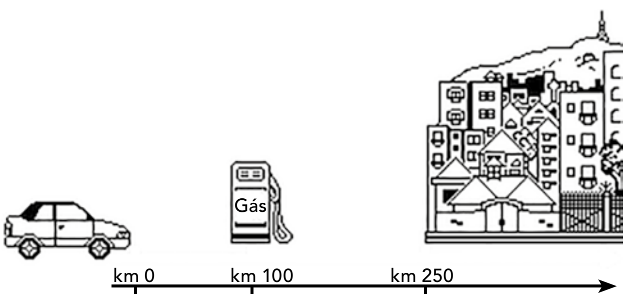
Resoluções

Capítulo 13

Estudo da função modular I

DESAFIO

D



Supondo que **x** seja uma distância maior que 100 km (posto), tem-se a expressão x – 100. No entanto, sendo **x** uma distância menor que 100 km, deve-se observar que x – 100 será uma expressão negativa. Portanto, como a distância deverá ser necessariamente um número positivo, tem-se x = |x – 100|.

ATIVIDADES PARA SALA

01
a) $|3 - 5| = 2$
b) $|0^2 - 0 + 10| = 10$
c) a^4
d) y^7 se $y \geq 0$ ou $-y^7$ se $y < 0$
e) $1 - a + 5 - a = 6 - 2a$

02
a) $f(0) = 1$
b) $f(-3) = 4$
c) $f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{6}{5}$
d) $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 1$
e) $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} + 1$
f) $f(2 - \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 1$

03 $g(-2) = |4 + 4 + 1| = 9$

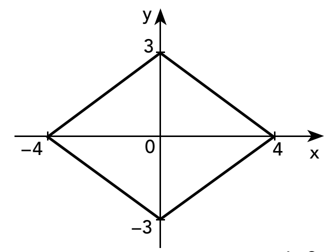
$g(g(-2)) = |81 - 18 + 1| = 64$

$g(g(g(-2))) = |4096 - 128 + 1| = 3969$

04 $E = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5} = \left|2 - \sqrt{5}\right| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2$

05 **D**

Sabendo que $|\varphi| = \begin{cases} \varphi, \text{ se } \varphi \geq 0 \\ -\varphi, \text{ se } \varphi < 0 \end{cases}$, para todo φ real, segue que a relação |3x| + |4y| = 12 determina o losango de diagonais 6 e 8, conforme a figura a seguir.



Portanto, a área pedida é dada por $\frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ u.a.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 Pela condição dada, tem-se:
a) $|3 - 6| = |-3| = 3$
b) $|-8| + \sqrt{16} - |-7| = 8 + 4 - 7 = 12 - 7 = 5$
c) $|2 - 10 \cdot 5| = |2 - 50| = |-48| = 48$
d) $|-2 - 3| + |-5 + 1| = |-5| + |-4| = 5 + 4 = 9$
e) $7 \cdot |-2| + |-3|^2 = 7 \cdot 2 + 9 = 14 + 9 = 23$
f) $\frac{2|3x|}{4}$, para $x = 0 \Rightarrow \frac{2\,|3 \cdot 0|}{4} = \frac{1}{2} \cdot |0| = \frac{0}{2} = 0$

02
a) $f(-2) = |4 + 4 + 7| + 5 = 20$
b) $f(0) = |0 - 0 + 7| + 5 = 12$
c) $|x^2 - 2x + 7| = -5 \Rightarrow \nexists x \in \mathbb{R}$

03
a) $f(2) = 4 \Rightarrow h(4) = 2$
b) $h(0) = 0,\ g(0) = 2 \Rightarrow f(2) = 4$
c) $h(-1) = \frac{1}{2} \Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$
d) $h(1) = \frac{1}{2},\ g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2},\ f\left(\frac{5}{2}\right) = 5 \Rightarrow f(5) = 10$

04 $f(-10) + f(-1) - 2f(5) = |-10| + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)$

$10 - 2 + \frac{5}{2} = 8 + \frac{5}{2} = \frac{21}{2}$

05 **B**

$g(x) = 13 - \cancel{\sqrt{7}} + \cancel{\sqrt{7}} - 2 = 11$

06 De acordo com as informações, tem-se:
$f(n_1) = 7 \Leftrightarrow 2n_1 + 3 = 7 \Leftrightarrow n_1 = 2$,
$f(n_2) = 13 \Leftrightarrow 2n_2 + 3 = 13 \Leftrightarrow n_2 = 5$,
$f(n_3) = 5 \Leftrightarrow 2n_3 + 3 = 5 \Leftrightarrow n_3 = 1$,
$f(n_4) = 30 \Leftrightarrow 50 - n_4 = 30 \Leftrightarrow n_4 = 20$,
$f(n_5) = 32 \Leftrightarrow 50 - n_5 = 32 \Leftrightarrow n_5 = 18$,
$f(n_6) = 21 \Leftrightarrow 2n_6 + 3 = 21 \Leftrightarrow n_6 = 9$
$f(n_7) = 24 \Leftrightarrow 50 - n_7 = 24 \Leftrightarrow n_7 = 26$.

Portanto, o nome da destinatária é Beatriz.

07 **E**

Tem-se:

$||x - 2| - 7| = 6 \Leftrightarrow |x - 2| - 7 = \pm 6$.

Logo,

$$|x - 2| = 13 \Leftrightarrow x - 2 = \pm 13$$
$$\Leftrightarrow x = 15 \text{ ou } x = -11$$

ou

$$|x - 2| = 1 \Leftrightarrow x - 2 = \pm 1$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = 1.$$

Portanto, o resultado é 15 + (–11) + 3 + 1= 8.

08 **B**

$$\sqrt[4]{(2x+1)^4} = 3x+2 \Rightarrow |2x+1| = 3x+2$$
$$\Rightarrow 2x+1 = \pm(3x+2)$$
$$\Rightarrow x = -1 \text{ ou } x = -\frac{3}{5}.$$

Mas, como $|y| \geq 0, y \in \mathbb{R}$, segue que $3x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$.

Então, o único valor de **x** que satisfaz a equação dada é $-\frac{3}{5}$, pois $-1 < -\frac{2}{3}$.

09 Ora, se $x < 3$, então $x - 3 < 0$, portanto:
$|x - 3| = -(x - 3) = 3 - x$.

Analogamente, se $x < 3$, então $2x - 6 < 0$, portanto:
$|2x - 6| = -(2x - 6) = 6 - 2x$.

Finalmente: $y = 6 - 2x + 3 - x = 9 - 3x$.
Ou seja, $y = 9 - 3x$, para $x < 3$.

10 Consideram-se dois casos:

1º caso: $x < 0$. Neste caso, $|x| = -x$.
Substituindo as expressões em módulo pelos seus valores válidos nesse intervalo, tem-se:
$(-x)^2 - (-10x) + 16 = 0 \therefore x^2 + 10x + 16 = 0$, que é uma equação do 2º grau de raízes –8 e –2.

2º caso: $x \geq 0$. Neste caso, $|x| = x$. Logo, substituindo, tem-se:
$x^2 - 10x + 16 = 0$, que é uma equação do 2º grau de raízes 2 e 8.

Assim, o conjunto solução da equação dada é:
$S = \{-8, -2, 2, 8\}$.