Resoluções

Capítulo 15

Movimento harmônico simples – Características do MHS

ATIVIDADES PARA SALA

01 **V, V, V, F, F, V**

(V) Como a frequência é dada por $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$, quanto menor for o comprimento do pêndulo, maior será a frequência de oscilação deste.

(V) Como o período é dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, quanto menor for a aceleração da gravidade do local, maior será o período de oscilação do pêndulo.

(V) Como a frequência é dada por $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$, caso a aceleração da gravidade seja quadruplicada, a frequência terá o seu valor duplicado.

(F) A energia mecânica total do pêndulo se conserva, de modo que, quando a energia cinética aumenta, a energia potencial deste diminui e vice-versa.

(F) Observe o comentário da afirmação anterior.

(V) Como dito, a energia mecânica total do pêndulo se conserva.

02 **B**

A amplitude corresponde à máxima distância da posição central, que é igual a AB ou BC, e o tempo para ir de A até C é a metade do período. Assim, o período é T = 4 s.
Como a frequência é igual ao inverso do período, então $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} \Rightarrow f = 0{,}25\ \text{Hz}$.

03 **E**

Sendo a energia mecânica constante, tem-se: $E_M = E_C + E_P$
Na deformação x = 30 cm = 0,3 m, tem-se:

$$3{,}6 = 2{,}7 + \frac{k \cdot 0{,}3^2}{2} \Rightarrow \frac{k \cdot 0{,}09}{2} = 0{,}9 \Rightarrow k = 20\ \text{N/m}$$

Como nas extremidades a $E_C = 0$, então $E_M = E_{pel_{MAX}}$.

Assim,

$$3{,}6 = \frac{20 \cdot A^2}{2} \Rightarrow A^2 = \frac{7{,}2}{20} \Rightarrow A^2 = 0{,}36 \Rightarrow A = 0{,}6\ \text{m} = 60\ \text{cm}$$

04 **D**

Para o pêndulo menor, a frequência (número de oscilações por segundo) é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Para o pêndulo maior, a frequência será dada por:

$$f' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{4\ell}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow f' = \frac{f}{2}$$

Note que, para o mesmo intervalo de tempo, a frequência **f** do pêndulo menor é duas vezes maior do que a frequência **f'** do pêndulo maior. Logo, enquanto o pêndulo de comprimento maior executa 24 oscilações, o pêndulo de comprimento menor executa 48 oscilações.

05
a) Como a amplitude do movimento vale 1 m, a energia mecânica total, de acordo com o gráfico, vale 2000 J.
b) Como a energia mecânica total vale 2000 J e a amplitude vale 1 m, tem-se:
$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot E}{A^2} = \frac{2 \cdot 2000}{1^2} \Rightarrow k = 4000\ \text{N/m}$$
c) Para x = 0,25 m, a energia potencial elástica é dada por:
$$E_P = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 4000 \cdot 0{,}25^2 = 2000 \cdot 0{,}0625 \Rightarrow$$
$$E_P = 125\ \text{J}$$
Como a energia mecânica total vale 2000 J, tem-se que a energia cinética será dada por:
$$E_C = E - E_P = 2000 - 125 \Rightarrow E_C = 1875\ \text{J}$$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **V, V, F, F, V, V**

(V) Nos pontos de retorno, a velocidade é nula.

(V) Como a frequência é o inverso do período, tem-se:
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4{,}0} = 0{,}25\ \text{Hz}$$

(F) Nos pontos de retorno, a aceleração é máxima.

(F) No ponto de equilíbrio, a velocidade é máxima, logo a energia cinética da partícula é máxima.

(V) Nos pontos de retorno, a energia cinética é nula, restando apenas a energia potencial.

(V) O fato de o módulo da força resultante na partícula ser proporcional ao módulo de seu deslocamento em relação à origem é a principal característica da força restauradora em um MHS.

02 **C**

A frequência de um sistema massa-mola é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Note que não há dependência com a aceleração da gravidade. Logo, alterando apenas a gravidade do local, não há mudança na frequência do sistema. Desse modo, a frequência ainda permanece 30 Hz.

03 **D**

Quando o trapezista abandona o sistema oscilante (semelhante a um tipo de pêndulo simples), a massa do sistema sofre uma redução. Sabe-se que o valor da massa de um pêndulo simples não influi nas características físicas deste. Logo, nada sofrerá alteração no sistema oscilante apresentado.

04 **C**

Note que, em todas as alternativas, a amplitude angular do pêndulo é muito pequena em relação ao comprimento deste. Logo, a amplitude não influenciará na frequência. Sabendo que a massa não tem influência na frequência de um pêndulo simples, deve-se atentar somente ao comprimento do pêndulo.

Como a frequência é dada por $f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}}$, para que se tenha uma duplicação da frequência, o comprimento do pêndulo deve ser reduzido a um quarto do valor original. Logo:

$$\ell' = \frac{\ell}{4} = \frac{1,6}{4} = 0,4 \text{ m}$$

05 **E**

a) (F) De acordo com a figura e com o gráfico, a amplitude do bloco vale 0,1 m, ou seja, nos pontos x = –0,1 m e x = +0,1 m, o bloco possui velocidade nula e aceleração máxima.

b) (F) Analisando o gráfico, a energia mecânica total do sistema vale 200 J. Logo, tem-se:

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot E}{A^2} \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 200}{(0,1)^2} \Rightarrow$$
$$k = 4 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

Determinando o módulo da força nos pontos de retorno, tem-se: $F = k \cdot x \Rightarrow F = 4 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \Rightarrow F = 4 \cdot 10^3$ N

c) (F) Com base no comentário da alternativa anterior, a constante elástica da mola é $4 \cdot 10^4$ N/m.

d) (F) A energia potencial para x = 0,05 m é dada por:

$$E_P = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow E_P = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow$$
$$E_P = 50 \text{ J}$$

e) (V) Na posição de equilíbrio, como a energia potencial é nula, tem-se:

$$E_C = 200 \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = 200 \Rightarrow \frac{1 \cdot v^2}{2} = 200 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow$$
$$v = 20 \text{ m/s}$$

06 **B**

a) (F) Do gráfico, pode-se determinar a constante elástica da mola:

$$E_P = \frac{k \cdot x^2}{2} \Rightarrow k = \frac{2 \cdot E_P}{x^2} = \frac{2 \cdot 1,0}{(1,0)^2} \Rightarrow k = 2 \text{ N/m}$$

Como a amplitude do movimento vale 2,0 m, a energia mecânica total do sistema é dada por:

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2,0^2 \Rightarrow E = 4,0 \text{ J}$$

b) (V) Como na posição de equilíbrio há apenas energia cinética, tem-se:

$$E_C = 4,0 \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = 4,0 \Rightarrow \frac{0,50 \cdot v^2}{2} = 4,0 \Rightarrow v^2 = 16,0 \Rightarrow$$
$$v = 4,0 \text{ m/s}$$

c) (F) Na posição de equilíbrio da partícula, a velocidade desta é máxima, enquanto a sua aceleração é nula.

d) (F) Para x = 1,0 m, a energia potencial da partícula é dada por:

$$E_P = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{2 \cdot 1,0^2}{2} = 1,0 \text{ J}$$

Como a energia total vale 4,0 J, a energia cinética em x = 1,0 m vale 3,0 J.

07 **B**

A força de atrito no bloco de massa M funciona como uma força restauradora, caracterizando um MHS; logo, ela terá um gráfico de uma função harmônica (senoidal ou cossenoidal), como o que se encontra na alternativa B.

08 **A**

Determinando a energia mecânica total do sistema, tem-se:

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,2^2 \Rightarrow E = 40 \text{ J}$$

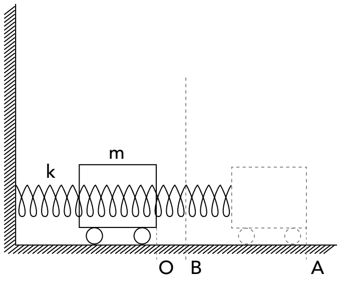
Quando a energia cinética for igual à energia potencial, tem-se:

$$E = E_C + E_P \Rightarrow E = E_C + E_C \Rightarrow E = 2 \cdot E_C \Rightarrow E = 2 \cdot \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow$$
$$m \cdot v^2 = E \Rightarrow 0,1 \cdot v^2 = 40 \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

09 a) O período de um sistema massa-mola é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{10}{40}} \Rightarrow T = 3,14 \text{ s}$$

b) A figura do problema é a seguinte:



Para o movimento de ida e volta do bloco, tem-se:

$n = \frac{15,7}{T} = \frac{15,7}{3,14} = 5 \text{ ciclos}$.

Desse modo, em 15,7 segundos, o bloco realiza 5 voltas e 5 idas, de modo que um observador situado no ponto B veria o bloco passar por ele 10 vezes (5 para a esquerda e 5 para a direita).

10 **D**

A energia mecânica associada ao sistema oscilante é dada por: $E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 0,3^2 = 0,045 \text{ J}$.

I. Inicialmente, como o sistema encontra-se na posição de equilíbrio, a energia cinética associada ao sistema é dada por 0,045 J. Logo:

$$E_C = 0,045 \Rightarrow \frac{m_T \cdot {v_T}^2}{2} = 0,045 \Rightarrow$$

$$\frac{(3,95 + 0,05) \cdot {v_T}^2}{2} = 0,045 \Rightarrow {v_T}^2 = \frac{0,09}{4} \Rightarrow$$

$$v_T = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ m/s}$$

II. Utilizando o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento, tem-se:

$$M \cdot V + m \cdot v = (M + m) \cdot v_T$$

$$0 + 0,05 \cdot v = 4 \cdot 0,15 \Rightarrow v = \frac{0,6}{0,05} = 12 \text{ m/s}$$

III. A frequência do sistema massa-mola é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{M+m}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1,0}{4,0}} \Rightarrow f = \frac{1}{4\pi} \Rightarrow f = (4\pi)^{-1} \text{Hz}$$