Módulo 7 Juros simples e compostos

Atividades para sala

01 **D**

$300 = 1\,200 \cdot i \cdot 1$, ou seja, $i = 25\%$

02 **C**

Sabendo que o valor das parcelas no plano II é de **x** reais, e supondo que 3x seja o preço de tabela da mercadoria, o valor pago no plano I é igual a $3x \cdot 0{,}85 = 2{,}55x$. Os juros mensais pagos no plano III correspondem a $3x \cdot 0{,}02 = 0{,}06x$ e, dessa forma, o valor pago pela mercadoria no plano III é dado por $3x + 6 \cdot 0{,}06x = 3{,}36x$. Portanto, a diferença entre o valor pago pela mercadoria nos planos I e III é de $3{,}36x - 2{,}55x = 0{,}81x$ reais.

03 **C**

1ª opção de pagamento: desconto de 10% à vista, ou seja, $x - 10\%x = 0{,}9x$.
Esse é o preço do produto para quem opta por pagar à vista.

2ª opção: entrada: $\frac{x}{2} = 0{,}5x$; com 30 dias: $\frac{x}{2} = 0{,}5x$

Com a entrada de 0,5x, falta 0,4x para completar o pagamento à vista. Portanto, ao pagar 0,5x com 30 dias, estão embutidos juros sobre a diferença, ou seja: $0{,}5x - 0{,}4x = 0{,}1x$.

Então 0,1x, em relação a 0,4x, equivale a $\frac{1}{4}$ ou 25%.

04 **B**

Calculando o montante obtido a partir dessa aplicação no banco (primeira opção), $M = 1\,000\,(1 + 0{,}08)^6 = 1\,590$.
Portanto, a segunda opção é mais vantajosa, pois dará um ganho de R$ 10,00 em relação à primeira.

05 **E**

Após **t** anos, os montantes de João e Pedro serão $10\,000(1 + 0{,}2)^t$ e $5\,000(1 + 0{,}68)^t$, respectivamente. Desse modo, igualando as duas equações, tem-se

$$10\,000\,(1 + 0{,}2)^t = 5\,000\,(1 + 0{,}68)^t \Rightarrow$$

$$10\,000 \cdot 1{,}2^t = 5\,000 \cdot 1{,}68^t \Rightarrow \frac{1{,}68^t}{1{,}2^t} = 2 \Rightarrow 1{,}4^t = 2 \Rightarrow$$

$$\log 1{,}4^t = \log 2 \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1{,}4} \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log \frac{14}{10}} \Rightarrow$$

$$t = \frac{\log 2}{\log 14 - \log 10} \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 2 - \log 7 - \log 10} \Rightarrow$$

$$\frac{0{,}30}{0{,}30 + 0{,}85 - 1} = 2 \text{ anos} = 24 \text{ meses.}$$

06 **E**

Sabe-se que $M = C \cdot (1 + i)^n$. Quando o capital inicial estiver duplicado, M será igual a 2C. Substituindo, tem-se:
$2C = C \cdot (1 + 0{,}02)^n$

Simplificando, fica: $2 = 1{,}02^n$, que é uma equação exponencial com bases diferentes. Dessa forma, será necessário usar logaritmos para resolver a equação.

Tem-se, então:

$$\log 2 = \log 1{,}02^n \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1{,}02} \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 1{,}02} = \frac{0{,}30103}{0{,}00860} \cong 35$$

07 **C**

$C + 5J = 74\,825$
$C + 8J = 75\,920$

Pode-se observar que a diferença entre as equações é dada por:

$3J = 1\,095$

$J = 365$

$C + 5J = 74\,825 \Rightarrow C + 5 \cdot 365 = 74\,825 \Rightarrow$
$C + 1\,825 = 74\,825 \Rightarrow C = 74\,825 - 1\,825 \Rightarrow C = 73\,000$

$C = 73\,000$
$t = 1$ mês
$J = 365$
$i = ?$

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} \Rightarrow 365 = \frac{73\,000 \cdot i \cdot 1}{100} \Rightarrow$$

$$i = \frac{365}{730} = 0{,}5\% \text{ a.m.}$$

$0{,}5\% \cdot 12 = 6\%$ ao ano

08 **D**

Sabe-se que o total de juros pagos foi igual a um quinto do capital emprestado. Dessa forma:

$J = C \cdot i \cdot t$

$\frac{C}{5} = C \cdot i \cdot 8$

$i = \frac{1}{40} = 0{,}025 = 2{,}5\%$

09 **D**

$M = C \cdot (1 + i)^t$
$M = 20\,000 \cdot (1 + 0{,}045)^8$
$M = 20\,000 \cdot (1{,}045)^8 = 20\,000 \cdot 1{,}42 = 28\,400$
Portanto, só de juros, Pedro deverá pagar R$ 8 400,00.

Atividades propostas

01 **A**

Considere **x** o preço inicial da mercadoria, portanto $x \cdot (0{,}9)^2 - 100 = 710 \Rightarrow x =$ R\$ 1 000,00.

02 **D**

Sendo C = 20 000, M = 24 800 e t = 24 dias, tem-se que os juros serão dados por: J = 24 800 – 20 000 = 4 800.
Como $J = C \cdot i \cdot t$, ou seja, $4800 = 20000 \cdot i \cdot 24 \Rightarrow$

$i = \dfrac{4800}{480000} = 1\%$ ao dia

Porém, 1% ao dia corresponde a 360% ao ano.

03 **D**

$J = C \cdot i \cdot t$, o que equivale a $4{,}2 = 70 \cdot i \cdot 1$

Logo, i = 6% ao mês.

04 **A**

Valor a prazo $\Rightarrow$ 2x (cada parcela igual a **x**)

Valor à vista $\Rightarrow 0{,}75 \cdot 2x = 1{,}5x$

Se a pessoa pagasse **x** na primeira parcela, a segunda parcela seria de 0,5x (sem juros), mas o valor da segunda parcela é **x**. Portanto, essa loja aplica, nas vendas a prazo, juros mensais de taxa igual a 100%.

05 **B**

De acordo com o enunciado, na primeira situação os juros serão 11 600 – C e, na segunda, os juros serão 12 000 – C. Dessa forma:

$100\,(11600 - C) = C \cdot 2 \cdot 8 \Rightarrow 1160000 - 100\,C = 16\,C \Rightarrow$
$116\,C = 1160000 \Rightarrow C = 10000$

$100\,(12000 - C) = C \cdot i \cdot 8 \Rightarrow 100\,(12000 - 10000) = 10000 \cdot i \cdot 8 \Rightarrow$
$200000 = 80000\,i \Rightarrow i = 2{,}5\%$

06 **E**

João possui as seguintes dívidas:

I. Cheque especial: 12 parcelas de R\$ 150, ou seja, R\$ 1 800. Caso quite imediatamente essa dívida, pagará 10 parcelas de R\$ 150, ou seja, R\$ 1 500.
II. Cartão de crédito: 5 parcelas de R\$ 80, ou seja, R\$ 400. Caso quite imediatamente essa dívida, terá 25% de desconto, pagando R\$ 300.

Analisando as alternativas, tem-se que:

a) renegociando as dívidas, João pagará 18 parcelas de 125 reais, ou seja, um total de R\$ 2 250,00.
b) quitando ambas as dívidas, pagará 1 800 reais (1 500 reais do cheque mais 300 reais do cartão), porém, com juros de 25%, ou seja, um total de R\$ 2 250,00.
c) pagando nos devidos prazos, pagará 1 800 reais do cheque especial mais 400 reais do cartão, ou seja, R\$ 2 200,00.
d) quitando apenas o cheque especial, pagará 1 500 reais com juros de 25% (empréstimo de José), ou seja, 1 875 reais, mais 400 reais referentes às parcelas do cartão de crédito, ou seja, um total de R\$ 2 275,00.
e) quitando apenas o cartão de crédito, pagará 300 reais com juros de 25% (empréstimo de José), ou seja, 375 reais, mais 1 800 reais referente às parcelas do cheque especial, ou seja, um total de R\$ 2 175,00.

Portanto, João terá o menor gasto se optar pela solução da alternativa E.

07 **E**

Se Peter escolher a 1ª opção, terá que pagar ao banco
$M = C \cdot (1 + i)^t = 10500 \cdot 1{,}02^{20} = 15645$.
Já se ele escolher a 2ª opção, terá que pagar a Raimundo
$M = 10500 \cdot 1{,}05 = 11025$.
Portanto, ele terá uma economia de 12 000 – 11 025 = 975 reais ao final do pagamento ao amigo.

08 **C**

$M = C\,(1 + i)^t$

$M = 8500\,(1 + 0{,}025)^{40} = 8500 \cdot 1{,}025^{40} = 8500 \cdot 2{,}685$
$M = 22822{,}50$

09 **A**

Sendo **i** a taxa anual dessa aplicação no regime de capitalização composta, tem-se: $518400 = 250000 \cdot (1 + i)^2 \Rightarrow$
$i = 0{,}44 = 44\%$

10 **E**

O valor inicial, em reais, aplicado no regime de juro composto é $2400 \cdot \dfrac{2}{3} = 1600$.

Assim, o montante acumulado por essa aplicação é dado por:

$M = 1600 \cdot (1 + 0{,}03)^2 = 1697{,}44$

Dessa forma, o juro arrecadado, em reais, foi:

$1697{,}44 - 1600 = 97{,}44$

O valor inicial, em reais, aplicado no regime de juro simples é: 2 400 – 1 600 = 800. Sendo assim, o juro arrecadado, em reais, foi de $0{,}03 \cdot 2 \cdot 800 = 48$. Logo, o total, em reais, ao fim do prazo, foi 97,44 + 48 = 145,44.

11 **B**

C = R\$ 600,00

i = 4% = 0,04

t = 12 meses

$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow M = 600 \cdot (1 + 0{,}04)^{12}$

$M = 600 \cdot (1{,}04)^{12} \Rightarrow M = 600 \cdot 1{,}60$

M = R\$ 960,00

12 **B**

De acordo com o enunciado, o preço da cesta básica diminui 3%, ou seja, fica 97% (ou 0,97) do que era. Dessa forma, se, ao final do primeiro mês, caiu para R$ 97,00, ela custava, originalmente, R$ 100,00. Portanto, a expressão que representa a queda em 12 meses será dada por $100 \cdot (0{,}97)^{12}$, o que mostra como os conteúdos de porcentagem e juros compostos se sobrepõem.

13 **D**

Considerando a data da compra como data focal, segue que o valor atual dos pagamentos é de:

- R$ 55 000,00 à vista na opção 1;
- $30000 + \dfrac{26000}{1{,}1} \cong$ R$ 53636,36 na opção 2;
- $20000 + \dfrac{20000}{1{,}1} + \dfrac{18000}{1{,}1^2} \cong$ R$ 53057,85 na opção 3;
- $15000 + \dfrac{39000}{1{,}1^2} \cong$ R$ 47231,40 na opção 4;
- $\dfrac{60000}{1{,}1^2} \cong$ R$ 49586,78 na opção 5.

Portanto, a opção 4 é a que implica menor custo para Arthur.

14 **B**

- 1º mês:

  Têm-se juros de 2% sobre o capital investido (R$ 20000,00).

  Juros = $20000 \cdot \dfrac{2}{100} = 400$, resultando em um montante no 1º mês de R$ 20400,00.

- 2º mês:

  Serão acrescidos 2% de juros sobre o montante do 1º mês.

  Juros = $20400 \cdot \dfrac{2}{100} = 408$, resultando em um montante no 2º mês de R$ 20808,00.

- 3º mês:

  Serão acrescidos 2% de juros sobre o montante do 2º mês. Juros = $20808 \cdot \dfrac{2}{100} = 416{,}16$, resultando em um montante de 20808 + 416,16 = 21224,16; portanto, no 3º mês, têm-se os R$ 21000,00 para comprar o carro e ainda restarão R$ 224,16 ou, aproximadamente, R$ 225,00.

15 **D**

Após o primeiro período, o montante C_1 é:

$C_1 = C \cdot (1 - 0{,}2) = 0{,}8C$

Após o segundo período, o montante C_2 é:

$C_2 = 0{,}8C\,(1 + 0{,}1) = 0{,}88C$

Após o terceiro período, o montante final é:

$0{,}88C\,(1 + 0{,}1) = 0{,}968C$

Desse modo, o montante final representa um prejuízo de 3,2%.

16 **C**

Preço à vista: 90% do preço de tabela.

Preço a prazo: 108% do preço de tabela.

Então, forma-se a seguinte proporção: $\dfrac{\text{Preço à vista}}{\text{Preço a prazo}} = \dfrac{90}{108}$

Substituindo, tem-se: $\dfrac{540{,}00}{\text{Preço a prazo}} = \dfrac{90}{108} \Rightarrow$

$\text{Preço a prazo} = \dfrac{540{,}00 \cdot 108}{90} = 648{,}00$

17 **A**

Juros depois do primeiro mês: 5% de R$ 600,00 = R$ 30,00.
Dívida depois do primeiro mês:
R$ 630,00 – R$ 330,00 = R$ 300,00
Juros do segundo mês: 2% de R$ 300,00 = R$ 6,00.
Portanto, o total de juros acumulados é de
R$ 6,00 + R$ 30,00 = R$ 36,00, o que representa 6% de R$ 600,00.

18 **A**

Nas condições apresentadas, em cinco anos a inflação do país em questão será, aproximadamente, de $5\% \cdot (1 + 0{,}1)^5 \cong 8\%$.